

4143

B.Sc. (Ist Year) Examination – 2022

NEP

Mathematics

Paper-I

Differential Calculus & Integral Calculus

Time : Two Hours] [Maximum Marks :75

Note: Question Paper is divided into three sections 'A', 'B' and 'C'. Attempt questions from each section as directed.

नोट: प्रश्न पत्र तीन खण्डों 'अ', 'ब' और 'स' में विभाजित है। सभी खण्डों से प्रश्न का उत्तर निर्देशानुसार दीजिए।

Section-A

खण्ड-अ

Very Short Answer Type Question

अति लघु उत्तरीय प्रश्न

1. Answer any three out of 5 sub questions. Each sub question carries 3 marks. (3x3=9)

- (a) Define convergence of a sequence.

अनुक्रम के अभिसरण को परिभाषित कीजिए।

- (b) Evaluate: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x|}{x}$

ज्ञात कीजिए: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x|}{x}$

- (c) If $\phi = x^2yz + 4xz^2$, find $\nabla\phi$ at P (1,-2,-1).

यदि $\phi = x^2yz + 4xz^2$, तो P (1,-2,-1) पर $\nabla\phi$ ज्ञात कीजिए।

- (d) Find the second derivative of $y = \frac{ax+b}{cx+d}$.

$y = \frac{ax+b}{cx+d}$ का द्वितीय अवकलन ज्ञात कीजिए।

- (e) Define Riemann Integration.
रीमान समाकलन को परिभाषित कीजिए।

Section-B

खण्ड-ब

Short Answer Type Question

लघु उत्तरीय प्रश्न

2. Answer any four out of 7 sub questions. Each sub question carries 9 marks. (4x9=36)

7 उप प्रश्नों में से किन्हीं 4 प्रश्नों को हल कीजिए।
प्रत्येक उप प्रश्न 9 अंकों का है।

- (a) State and prove Rolle's theorem.
रोले प्रमेय का कथन दीजिए एवं सिद्ध कीजिए।

- (b) Prove that: $\lim_{n \rightarrow \infty} (n)^{1/n} = 1$.

सिद्ध कीजिए: $\lim_{n \rightarrow \infty} (n)^{1/n} = 1$

- (c) If $u = \tan^{-1} \frac{x^3+y^3}{x-y}$, $x \neq y$, show that

$$x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = \sin 2u$$

यदि $u = \tan^{-1} \frac{x^3+y^3}{x-y}$, $x \neq y$, दिखाइए कि

$$x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = \sin 2u$$

- (d) Test the convergence of the series $\sum a_n$,

$$\text{where } a_n = \sqrt{n^4 + 1} - \sqrt{n^4 - 1}$$

श्रेणी $\sum a_n$ के अभिसरण की जाँच कीजिए जहाँ

$$a_n = \sqrt{n^4 + 1} - \sqrt{n^4 - 1}$$

(e) Find the value of $\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)}$.

$\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)}$ का मान ज्ञात कीजिए।

(f) Examine the convergence of $\int_0^1 \frac{dx}{x^{1/3}(1+x^2)}$.

$\int_0^1 \frac{dx}{x^{1/3}(1+x^2)}$ के अभिसरण का परीक्षण कीजिए।

(g) Show that

$$\operatorname{div}(\vec{a} \times \vec{b}) = \vec{b} \cdot \operatorname{curl} \vec{a} - \vec{a} \cdot \operatorname{curl} \vec{b}$$

दिखाइए कि

$$\operatorname{div}(\vec{a} \times \vec{b}) = \vec{b} \cdot \operatorname{curl} \vec{a} - \vec{a} \cdot \operatorname{curl} \vec{b}$$

Section-C

खण्ड-स

Long Answer Type Question

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

3. Answer any two sub questions out of four questions.

Each sub question carries 15 marks. (15x2=30)

4 उप प्रश्नों में से किन्हीं 2 प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

प्रत्येक उप प्रश्न 15 अंकों का है।

(a) Discuss the convergence of the series.

$$1 + \frac{x}{2} + \frac{!2}{3^2}x^2 + \frac{!3}{4^3}x^3 + \frac{!4}{5^4}x^4 + \dots$$

$$\text{श्रेणी } 1 + \frac{x}{2} + \frac{!2}{3^2}x^2 + \frac{!3}{4^3}x^3 + \frac{!4}{5^4}x^4 + \dots$$

की अभिसरण की विवेचना कीजिए।

(b) State and prove Green's theorem.

ग्रीन प्रमेय का कथन दीजिए एवं सिद्ध कीजिए।

(c) Discuss the continuity of $f(x)$ at $x = 0, 1, 2$, when

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 & , & x \leq 0 \\ 5x - 4 & , & 0 < x \leq 1 \\ 4x - 3 & , & 1 < x < 2 \\ 3x + 4 & , & x \geq 2 \end{cases}$$

$x = 0, 1, 2$ पर $f(x)$ की सातत्यता की विवेचना कीजिए, जब

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 & , & x \leq 0 \\ 5x - 4 & , & 0 < x \leq 1 \\ 4x - 3 & , & 1 < x < 2 \\ 3x + 4 & , & x \geq 2 \end{cases}$$

(d) Show that

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{n} + \frac{n^2}{(n+1)^3} + \frac{n^2}{(n+2)^3} + \dots + \frac{1}{8n} \right] = \frac{3}{8}$$

दिखाइए कि

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{n} + \frac{n^2}{(n+1)^3} + \frac{n^2}{(n+2)^3} + \dots + \frac{1}{8n} \right] = \frac{3}{8}$$